2008年11月27日版

The Ecological Detective（by R. Hilborn and M. Mangel）について

平松一彦

Ecological Detective とは

Ecological Detective とは奇妙な題名であるが、データから自然の謎を解き明かす探偵といった意味で使っているようだ。そのまま訳せば「生態学的探偵」とでもなるのであろうか。しかしこれでは何の本かわからない。生態学の本でもないし統計学の本でもない。生態学の探求に必要な実践的な統計的手法が示された本である。

著者について

筆頭著者の Ray Hilborn はワシントン大学水産学部の教授である。この本の少し前の1992年には水産資源学の教科書を書いており、世界的にも有名な水産資源学者である。このためこの本の例も水産学に関するものが多い。Hilborn 教授は数理モデルを駆使する理論家であるが、実際の水産資源の管理に関する研究も多い。諮問パネルとして招かれていたある国際漁業委員会で、行政官からの政治的には重要かもしれないがとても科学的とはいえない要求に対し、きちんと対応していたのには驚かされたことがある。

共著者の Marc Mangel は現在カリフォルニア大学サンタクルスの応用数学統計学科の教授であり、数理生物学者として著名である。

Ecological Detective の問題点

Ecological Detective は優れた本であるが、一つ大きな欠点がある。それは記述にかなり誤りがあるという点である。それも単なるミスプリではなく、誤った数式や記述に基づいた説明が示されている部分がある。中には初学者が見破るのには困難なものがあり、教科書として用いるには致命的といってよい欠点である。Ecological Detective のミスは例えば

www.math.chalmers.se/~haccou/EDerrata.pdf

に示されている。しかし、単純なミスプリがほとんどで、内容にかかわる指摘は少ない。そこで2005、2008年度の研究室の輪読でこの本を用いる中で気のついた誤りを挙げておく。単なるミスプリは○、本質的な誤りは◎（特に重要なものは◎）で示す。また誤りではないが注意が必要な点および補足説明や感想を☆で示す。単なるミスプリで既に上記の資料に示されているものは省略してあるので、そちらも併せて参考にしていただきたい。

記述の中には誤りと言ってよいのか判断に迷う部分もあった。迷った結果本稿には含めなかったものもある。従ってここに示した以外の誤りもまだまだ存在する可能性が高い。お気づきの点があればご連絡いただければ幸いである。

それにしてもなぜこのようなミスが生じ出版まで誰も気づかなかったのか、そして改訂版が出版されないのか不思議なことである。

第１章
特になし。

第２章
○P.28、(B2.1)式：M=の＝は不要

○P.46、表の下：”independence of the met child and the family type” should read ”dependence of the met child and the family type”. 会った子供と子供の組合せが独立であれば、その結合確率は単純な積となり、ここにあるような形にはならない。

☆本章の前半部分は哲学的でちょっととっつきにくい。

第３章

○P.68、(3.50)式：$p_m^{k_m}$ のｍはＭ

○P.87、(3.104)式の下。=[k/k+m)]^{k} → =[k/(k+m)]^{k}

○P.89、(3.108)式：初めて

$$\sum_{k=0}^{k_u} p(k,N) \geq U$$

となる k_u を成功回数とする確率であるので、

$$\sum_{k=0}^{k_u-1} p(k,N) < U \leq \sum_{k=0}^{k_u} p(k,N)$$

とすべきであろう。

○P.90、Pseudocode 3.4 の１：σＮは不要

○P.93、6 行目：{} の中の２つめの 75 は原データになく、79 や 85 等のミスプリ.

第４章
○P.95、11 行目：ここでは４隻となっているが、P.99 の表 4.2 では５隻。

○P.98、8 行目：(Mangel 1992)は(Mangel 1993)。P.301 の References も同様。

○P.99、下から.3 行目：65%が 3 羽以上との記述であるが、Table4.3 では 71%である。

☆P.100、4-7 行目：船でプールしたデータと操業毎のデータの標準偏差を比較してもあまり意味がないように思うが。

◎P.103、(4.9)式：p は比率であり、この式は比率データと比率の期待値の比較になっている。しかし χ2 乗分布になるのは、比率ではなくデータ数そのものである。比率であれば、もとのデータが 1000 個であろうが、10 個であろうが比率さえ同じであれば結果は同じである。しかし 1000 個のデータと 10 個のデータでは信頼性が全く異なる。正しくは

$$\chi^2 = \sum_{c=0}^{17} \frac{(n - Np)^2}{Np}$$

である。この式の下の記述、p=0 は困るうんぬんもおかしい。通常よくいわれているのは、Np<5 となると上式の近似が悪くなるので、Np>5 となるようにまとめるという点である。なおここに示されている確率（0.2～0.4）も誤りで、0.08 程度である。

☆P.104、下から 6-1 行目：図 4.2 にまとめたデータとの比較が示されているわけではない。Summarized data と unsummarized data の比較、混獲データの aggregated nature に言及するのであれば、プールしたデータの SD を使った結果、ポアソン分布を仮定した結果等が図に示されている必要があろう。

☆P.113、図 5.1：ギザギザなプロファイルとなっているが、例えば(5.5)式の L(A)においてBest と Cest は A の一次式となり、L(A)は A の 2 次式で表される。従って、図 5.1 はなめらかな 2 次曲線となる。ギザギザは数値的に荒い精度で求めていることによる。

<u>第 5 章</u>

☆P.108：目的関数として絶対値の和を用いた場合の留意点。

データ（1,2,3,4,5）の代表値をデータとの絶対値の和が最小になる値として求めてみる。この場合は 3 となるが、これは 3 から増加しても減少しても絶対値が減少するデータ数より増加するデータ数が多くなるためである。一方、データ(1,2,3,4)の場合を考えると、推定値は 2 ～ 3 となり一意的には決まらない。これはこの間で推定値を動かしても絶対値が増減するデータ数は同じであることによる。この場合でも、単なる絶対値ではなくそのべき乗の和で考えれば一意的に決まる。

☆P.113、図 5.1：図中の曲線はかなりギザギザしているが、これは数値的に求めた結果であると思われる。解析的に求めることも可能で、A に関して 2 次式となる。従って、本来この曲線はなめらかな 2 次曲線となるはずである。

☆P.115、(5.11)式：これはミスプリではないが、かなり唐突に出てくる式である。この式の

n はデータ数で 7 行上に出てくる n とは関係ない。

第 6 章

☆6 章で使われているモデル：ここで使われているモデル、c は 2 から 3 にある所でジャンプするはかなり問題があるのではないか。実現値は整数であるが、期待値（理論値）も整数にする必要性は無い。c=3 の個体の割合が徐々に増えていくといった考えも可能である。図 6.2 を見る限り、c が 2 から 3 にジャンプするモデルが妥当とは思えない。ここで示されている直線の方が妥当である。

☆P.124、下から 3 行目：パラメータ数は 0 としているが、c_f を変えて残差最小となる c_f を求めていると考えればこれもパラメータと見なしてもおかしくない。また上記と同様の理由で c_f を整数に限る必要はないと思われる。

○P.125、6 行目：Figure 6.2.は Figure 6.1.

○P.129、16-18 行目：19＋2＋9971＝9992 で合計が 10000 にならない。

第 7 章

☆最尤法の説明を行う 7 章は本書の中核の一つである。内容的にも、観測誤差とプロセス誤差を区別した推定モデルの作成、プロファイル尤度や対数尤度比を用いた区間推定など他書ではあまり触れられていないが実用上重要な点についての記述も多い。しかし実は誤りも非常に多い。どうしてこんなミスをしたのかと思うような信じられない誤りを犯している。

☆P.132-133、尤度関数の定義：尤度関数の定義あるいは説明として、データが与えられた下でのパラメータの尤度、パラメータが与えられた下でのデータの尤度、という 2 種類の表現が混在している。一般的にはデータが与えられた下でのパラメータの尤度であろう。尤度関数の表記も L｛データ｜パラメータ｝となっているが、P.8 のように L｛パラメータ｜データ｝の方が一般的である。ただし後述のベイズ統計の中で使われる場合にはパラメータが与えられた下でのデータの尤度という見方でもおかしくはない。

◎P.145、(7.30)式：

右辺第 3 項は $N_{obs,t+1}$ となっているが、t+1 の N も観測値であれば第 3 項の分散は σ_V^2 にはならない。N の真値 N_{t+1} とするか、分散を

$$\left(1+\frac{1}{s^2}\right)\hat{\sigma}_V{}^2$$

に修正する必要がある。

☆P.147、(7.35)式：

対数正規分布の取り扱いに関しては、なかなか微妙な所がある。対数正規分布において実際の確率モデルを(7.33)式と補正することはしばしば行われている。これは第 3 章 P.76 の(3.76)式に示されているように、σの増加に伴い平均値が増加するのを防ぐためである。(7.35)式はこれに対応する目的関数となっており自然である。しかし、(7.33)式はよく使われているが、(7.35)式が使われているのは実はこれまで見たことが無い。本書でも、10 章の(10.18)式、(10.19)式、(10.21)式ではσの補正が無い形を目的関数（尤度関数）としている。

推定に際してはσの補正の無い形の目的関数で推定し、実際にシミュレーションなどで使用する場合にはσの補正の付いた形で使われていることがある。しかしこれでは推定された確率分布はもとの分布と異なってしまう。(7.33)式の形でシミュレーションを行うなら、推定も(7.35)式とすべきであろう。

x をデータ、n をデータ数、m とσをパラメータとした時、(7.33)式に対応する尤度関数は

$$-\ln L = \frac{n}{2}\ln\left(2\pi\sigma^2\right) + \sum_i \ln x_i + \frac{1}{2\sigma^2}\sum_i\left(\ln x_i - \ln m + \frac{1}{2}\sigma^2\right)^2 \tag{1}$$

となる。（上式に対応する(7.38)式では右辺第二項のΣln(x)が無い。x に対する尤度関数ではなく ln(x)に対する尤度と考えれば無くても良いのだろう。しかし、正規分布モデル等とのモデル比較には x に対する尤度とする必要があり、入れる必要がある。なお、あっても無くてもパラメータ推定には影響しない。）この最尤推定量は

$$\ln\hat{m} = \frac{1}{n}\sum_i \ln x_i + \frac{1}{2}\hat{\sigma}^2 \tag{2}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\sum_i\left(\ln x_i - \frac{1}{n}\sum_i \ln x_i\right)^2 \tag{3}$$

となる。通常の尤度関数であれば

$$\ln\hat{m} = \frac{1}{n}\sum_i \ln x_i \tag{4}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\sum_i\left(\ln x_i - \frac{1}{n}\sum_i \ln x_i\right)^2 \tag{5}$$

である。σは同じ、ln(m)は(2)式の方が $\sigma^2/2$ 大きくなるがこれは $\exp(-\sigma^2/2)$ の項で打ち消されるため、再現される分布は同一である（図 1)。

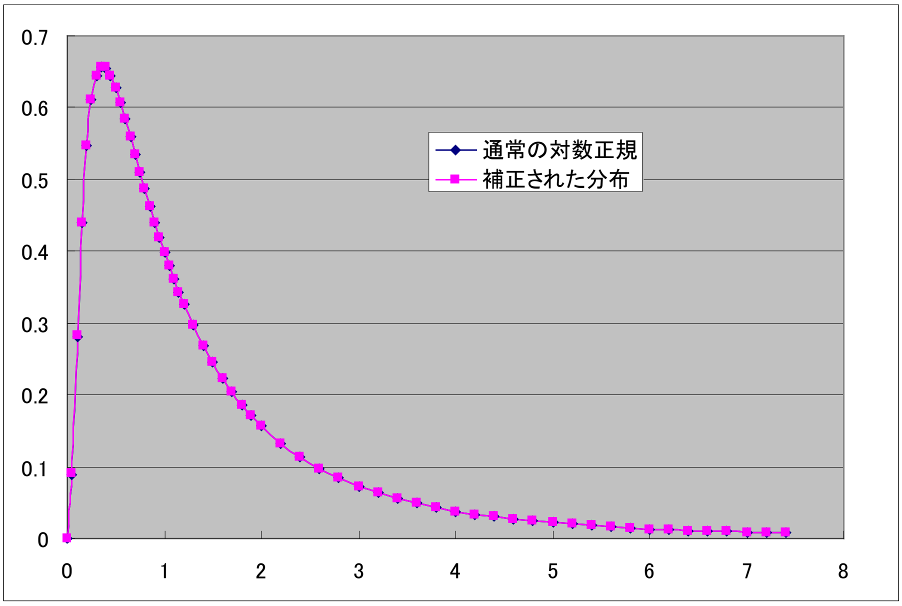

図 1.　 σ=1、m はそれぞれ 1 と 1.649。分布としては全く同一。しかし m の値は大きく異なるため、推定結果の解釈はどちらのモデルを仮定するかによって大きく異なる可能性がある。また通常の対数正規分布として推定した m の値を用いて(7.33)式でシミュレーションを行うと、この場合では実際の値の 0.6 倍程度の値になってしまう。これを防ぐには最初から(1)式に基づいて推定するか、あるいは m として exp(σ^2/2)倍したものを用いればよい。

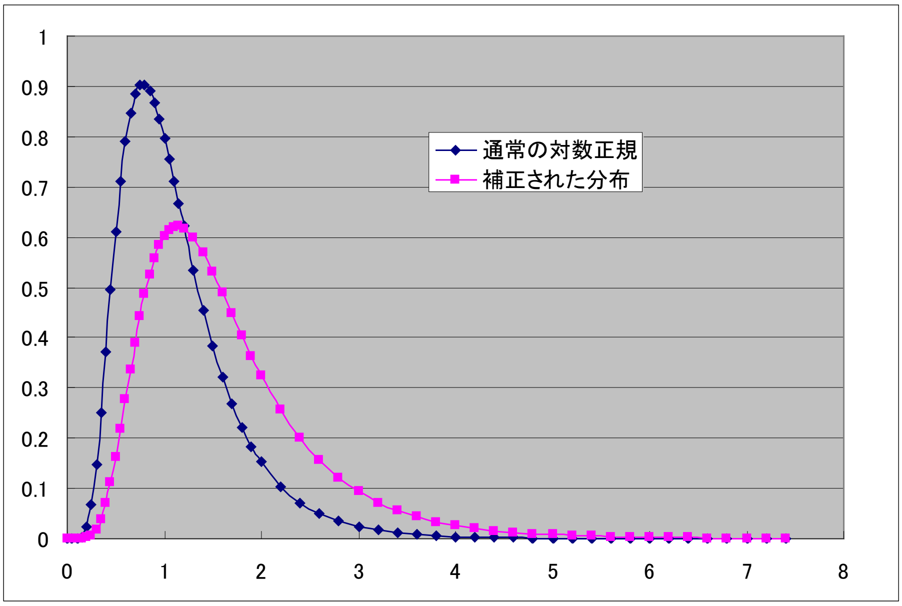

図 2. それぞれの m の値は上図と同じで σ を 0.5 にした結果。分布は大きく異なる。σ を変化させたシミュレーションを行う場合は、どちらのモデルを仮定するかでこれだけの差が生じる。

どちらのモデルを仮定するかは、パラメータ推定値の絶対値に意味がある場合、σを変えたシミュレーションを行う場合に影響を与える。特にσの値を大きく変化させてシミュレーションを行うような場合には、結果はモデルに大きく依存する可能性がある（図 2)。

どちらが現実に対応した（現実により近い）モデルであるかは判断が難しい。分散が大きくなった時、平均値はそのままかそれとも増加するのか。これは状況によるであろう。補正なしの対数正規分布は、平均値が分散の大きさに依存する点が問題視されているが、必ずしもこれが不適切とは言えないように思う。

ばらつきの原因が観測誤差か、過程誤差かで区別することも考えられるがどうだろうか。過程誤差で実際にばらつくのであれば、わざわざ補正の必要はない。一方、観測誤差のせいで平均値が変化してしまうのであれば望ましくないから補正する、という考え方である。

いずれにせよ、推定方法と推定された確率分布の用い方の整合性が必要である。

◎P.149、(7.40)式：誤り。これでは推定できない。正しくは

$$D_t = \ln N_{obs,t+1} - \ln\left(N_{obs,t} + rN_{obs,t}\left(1 - \frac{N_{obs,t}}{K}\right) - C_t \right) + \frac{1}{2}\sigma_W^2$$
$$= \ln W_t + \frac{1}{2}\sigma_W^2 = Z\sigma_W$$

☆P.154、下半分：ここの記述はわかりにくい。単に、R(p)～$\chi^2(\alpha)$で $\chi^2(0.95)=3.84$ より R(p)＜3.84 となる p が 95%信頼区間となる、で十分ではないか。

◎P.156、Pseudocode7.4 とその上の説明：

ポアソン分布に従う観測値 I_{obs} は、真値 I＋ポアソン分布 V ではなく、平均が I となるポアソン分布 V(I)である。従って、I_{obs} がいつも真値以上であるという記述も誤り（すぐ横の図 7.7 を見ればそんなことにはなっていない)。さらに、本文のみならず Pseudocode まで I+V で計算するように書いてある。真の値＋確率分布の形は線形回帰等に慣れた初学者が陥りやすい勘違いであり、罪深い記述である。

☆P.158：肝心の尤度関数が示されていない。負の対数尤度関数は以下のとおり。

$$-\ln L = \ln k! + r - k\ln r$$
$$= \ln I_{obs}! + I_{pre} - I_{obs}\ln I_{pre}$$

☆P.158、表 7.3：正しいモデル D がほとんど選択されていないが、これは r の値が小さいため r=0 と区別できないことによるものと思われる。また AIC を使えばもう少し D が選択される割合が増加するはずである。

◎P.159、(7.45)式：AIC は 2×（－対数尤度＋パラメータ数）であって、この式は L の前に 2 が欠落している。一見単純なミスプリのようであるが、恐ろしいことにこの誤った式のまま議論を続けている。P.160、2 行目の負の対数尤度も正確には 2 倍の負の対数尤度である。また 10 章もこの誤った式に基づいた議論をしている。

○P.163、7 行目：c^2 は χ^2 とすべき。

☆P.164-165 の最初：データ数が増えるに従い逐次的に検定し有意になった所で止めてしまえば、たまたま有意になってもそこで止まってしまい、結果的に指定した水準以上の割合で有意となってしまうのではないか。

○P.168、下から 7 行目: ｛$Y_i,\ldots, Y_N$｝は｛$Y_1,\ldots, Y_N$｝

☆P.171、（7.56）式およびその下の記述：E そのものがポアソン分布するわけではない。ポアソン分布等の場合には(7.56)式のような形に書くのは望ましくない。（P.156 と同じ）

○P.174、表の 1 行下：σ_{MLE} は 5.69 ではなく 5.09 程度になる。(7.60)式の σ_{MLE} ではなく、通常用いられている n-2 で割ったバイアス修正した値の結果を示しているらしい。

◎P.174、表の下 7 行目：Fig.13 の a と b、2 つのパラメータの信頼区間（信頼領域）と、Fig.14 のパラメータ b の信頼区間を比較して、b のみでは区間がタイトになると述べている。しかし、以下に述べるように Fig.13、Fig.14 とも問題があり、この記述も正しいといえない。１パラメータにすると信頼区間は狭くなるが、この場合はそれほど大きくは変化しないようである。

◎P.175、Fig.13：ここに示されている 95%信頼区間は誤り。こんなに広くはない。a 方向、b 方向とも図の半分程度である。2 変数の信頼領域として、最尤推定値から対数尤度の差+3 を示すべきところ、+6 の所を示しているようである。

◎P.176、Fig.7.14：95%信頼区間を示す横線が示してあるが、縦軸が負の対数尤度であるなら本文中（P.174）にも記されているように一変数の場合はその最小値＋1.92 がそれに相当する。この図の横棒は＋３のところであり、これは二変数の場合の 95%区間である。

○P.178、式(7.74)：式番号のミス。(7.64)である。

第 8 章

◎P.190、(8.11)式：P.187 第二パラグラフでは生残率と死亡率は対数正規分布と仮定すると明記してある。しかしこの式は正規分布の尤度である。

○P.191、(8.12)式：(8.6)式を(8.8)式等に代入して得られる式である。(8.6)式にある A が欠落している。ただし、これを入れてもパラメータ f と b の推定値が変化するだけで結果に影響は無い。

☆P.196-197：ここでは直接推定するパラメータではない量の区間推定の方法が示されている。このペナルティを付けたプロファイル尤度を用いた方法はかなり職人芸的なところがある。P.197 で束縛条件に関するパラメータとしてγ=2、M=100 を推奨しているが、これは N の単位にも依存する値であり一般化は難しい。試行錯誤で決めるしかない。なおこれ以外の方法として、パラメータの置き換えによる方法、デルタ法、Bootstrap 法などが考えられる。

○P.197、下から 3-2 行目：図 8.7 を見る限り、95%信頼区間は 600 万は超えていない。

○P.199、1-2 行目：図 8.8 を見る限り、予測値が実測値を大きく超えているようには見えない。

○P.199、4 行目：Equation 8.13 は Equation 8.14

☆P.200、図 8.9：ここに示されているのは 20000 個体きざみで求めた結果である。検定をやるならもっと細かく見る必要があろう。

☆P.200、10-12 行目：h=8 万でも 0 でも図 8.9 を見る限り確率はそれほどかわらず、largely incompatible は言い過ぎではないか。

第 9 章

☆9 章の前半は哲学的、後半はテクニカルな内容である。前半の Fisher の話は何が言いたいのかいまいちよくわからない。後半は自然共役事前分布の話が続くが、最近のベイズ統計の使用の広がりは自然共役事前分布にたよらず、MCMC 等により数値的に積分できるようになったことによる。従って、この部分の重要性は執筆当時に比べるとかなり低くなったと思われる。

○P.208、2 行目：10^{-5} にはならない。0.02 程度である。

○P.219、図 9.1(a)：k=4 ではなく、k=3 の図である。

○P.231、式(9.41)：左辺の第 1 項は既に第 2 項に含まれているのではないか。

第 10 章

○P.245、(10.10)式：上の式の分母に b が欠落。分母は a+bB である。

◎P.256 : 既に述べたように第 7 章では誤った AIC の式を示し、ここではその誤った形のまま用いている。LRSG モデルの負の対数尤度が-16.88 で、それよりパラメータ数が 1 個少ない Schaefer モデルが-15.56 であるなら、AIC は LRSG の方が 0.64 小さく（大差は無いが）こちらが選択される。従って、この項の記述や P.260 以降の記述は誤った結果に基づいた議論となっている。なお Schaefer モデルとして観測誤差モデルではなく過程誤差モデルを用いれば、こちらは P.253 の図 10.5 より-19 ぐらいであるので Schaefer モデルが選択される。

本文中のこれ以降の記述はこの過程誤差の Schaefer モデルとの比較のことであると思ってあげれば、話はつながる。そうでなければ、誤った結果に基づいた議論といいわけを延々とやっていることになってしまう。

☆P.259、図 10.9 : 同じ LRSG モデルの結果でもベイズと最尤法でかなり異なっている。ベイズでは事前分布が影響するが、図 10.10 の検討などで事前分布より尤度関数の影響が大きいことを示しており両者の相違は不思議である。プロファイル尤度を用いた区間推定では MSY を変えた時に尤度関数が最大となる曲線線上の尤度の値に注目しているのに対し、ベイズの事後分布では他のパラメータについて積分しており、同じ尤度関数を使っていても見ている部分が異なる。これが両者の差を生じさせているのではないかと思われる。

第 11 章

○P.265-266：7 章の例（データは P.157 の Table7.1）を用いた負の対数尤度関数の計算結果が 2 つの表に示してある。しかし、P.158 の Table 7.2 によれば対応するモデル B の尤度関数は 38.38 で、このページの 114 とは合わない。また点推定値も異なっている。モデル B の推定結果としては Table7.2 の方が正しく、P.265-266 の表は何をどう計算した結果なのか不明である。

☆P.272：ここに出てくる H は前節の目的関数の微分ではなく、目的関数そのものである。大変紛らわしい。本来は文字を変えるべきであろう。